

Réseautage équitable d'affaires : Modélisation linéaire entière et optimisation multicritère par ordre leximin

Rémy-Robert Joseph¹, Hervé Rijo²

¹ Université des Antilles, IUT de la Martinique, 97275 Schœlcher, France
{remy.joseph}@univ-antilles.fr

² FTPE de la Martinique, 97200 Fort-de-France, France
{herve.rijo}@ftpe972.fr

Mots-clés : *Optimisation multi-objectif, Ordonnancement de tournois sociaux, PLNE, Équité*

1 Introduction

Le tissu économique d'un territoire est composé d'une large majorité de microentreprises, c'est-à-dire d'entreprises de moins de 10 salariés ayant un chiffre d'affaires ou un total de bilan inférieurs à 2 millions d'euros. Ainsi, selon Eurostat, l'Union Européenne comptait en 2014, 22.4 millions d'entreprises dont 92.7 % étaient des microentreprises, comptant pour 29.2 % des emplois et pour 21.1% de la valeur ajoutée totale. Face à la concurrence de plus en plus exacerbée induite par la mondialisation et les crises successives locales, nationales et mondiales, les microentreprises sont mises à mal. Leur faible effectif nécessite une extrême polyvalence du personnel. Pour s'en sortir, elles se tournent vers des associations d'entrepreneurs, e.g. les Chambres Consulaires et les Fédérations de Très Petites Entreprises qui, mettent en place des outils innovants, comme le *réseautage d'affaires « en présentiel »*.

Inspiré du *speed-dating* datant de ce début de XXI^e siècle, le réseautage d'affaires permet à des professionnels de multiplier efficacement leurs contacts lors de rencontres organisées en rotations, chaque rotation répartissant les participants en groupes, chaque groupe étant administré par un hôte au fil des rotations [2]. Cette organisation doit éviter que deux individus ne se rencontrent plus d'une fois, maximiser le nombre de contacts de chaque individu, tout en minimisant les inégalités dans la répartition des nombres de contacts. Une solution se présente donc sous forme d'un calendrier constitué de w rotations de n personnes regroupées en q groupes de taille comprise entre p_{min} et p (e.g. Figure 1).

	Rotation 1	Rotation 2	Rotation 3	Rotation 4	Rotation 5
Groupe 1	1 7 13 18	1 10 15 19	1 8 9 17	1 20	1 14 21
Groupe 2	2 8 14 19	2 13	2 10 11 12	2 15 17 21	2 16 18 20
Groupe 3	3 9 15 20	3 7 12 21	3 16	3 11 14 18	3 10 13 17
Groupe 4	4 10 16 21	4 8 11 20	4 7 15	4 9 12 13	4 19
Groupe 5	5 11 17	5 9 18	5 13 14 20	5 7 16 19	5 8 12 15
Groupe 6	6 12	6 14 16 17	6 18 19 21	6 8 10	6 7 9 11

FIG. 1 – Une solution leximin-optimale de l'instance $(n, p, q, w, p_{min}) = (21, 4, 6, 5, 2)$ du problème

2 Combinatoire, symétries et formulations linéaires entières

De complexité algorithmique inconnue, et proche du problème des golfeurs sociaux, ce problème a la particularité d'être hautement combinatoire, car d'espace de recherche doublement

exponentielle : la taille $O(wn \log(n))$ d'une solution est exponentielle en celle $O(\log(n))$ de l'instance, et le nombre de solutions est exponentiel en la taille d'une solution. Certains sous-problèmes sont sortie-polynomiaux, comme le cas où $p = q$ et p une puissance de nombre premier.

Ce problème est fortement symétrique, car les groupes peuvent être échangés à l'intérieur des rotations, les rotations être ordonnées arbitrairement, les participants être échangés à l'intérieur des groupes, et les participants être renumérotés, sans conséquence sur la faisabilité ou l'optimalité d'une solution. Ces propriétés peuvent être un atout pour la résolution.

Plusieurs modèles de résolution ont été présentés dans [2] dont l'un basé sur la programmation linéaire en nombres mixtes (*PLNE*), un second basé sur la programmation par contraintes (*PPC*), et un troisième couplant la *PPC* à une heuristique dédiée. Nous nous intéressons aux modèles *PLNE*, et nous proposons deux nouvelles formulations plus efficaces.

Pour décrire le domaine réalisable du problème de réseautage, le modèle de Russell & Urban [2] utilise $wqn(n + 1)/2$ variables binaires et asymptotiquement $O(wqn^2)$ contraintes. Notre premier modèle utilise $wn(n - 1)/2$ variables binaires et asymptotiquement $O(wn^3)$ contraintes, alors que le second manipule $wn(2q + n - 1)/2$ variables binaires et asymptotiquement $O(wqn^2)$ contraintes.

3 Evaluation unanime, efficace et équitable : l'ordre leximin

Autre singularité, ce problème évalue ses solutions à partir d'un grand nombre d'objectifs, à raison d'un – noté $c_i(x)$ – par participant $i \in \{1, \dots, n\}$, correspondant au nombre de contacts permis à i par le calendrier-solution x . Ainsi, la Figure (1) présente une solution réalisable, permettant à 3 participants d'effectuer 12 contacts (i.e. $c_1(x) = c_4(x) = c_6(x) = 12$), 8 participants de réaliser 13 contacts, les 10 restants rencontrant 14 participants différents. Cette caractéristique rend la tâche d'évaluation collective globale plus complexe. Plusieurs règles d'agrégations permettent de réaliser cette évaluation : de la dominance de Pareto qui véhicule des notions d'unanimité et d'efficacité, à la somme simple, la dominance de Lorenz et l'ordre leximin, qui véhiculent différents aspects de l'équité et sont une extension de la dominance de Pareto. Nous avons choisi l'ordre leximin, plus adapté à notre problème : il préfère les solutions favorisant les plus mal lotis, et son insensibilité à l'intensité des pertes et gains de chacun est atténuée par un faible écart de service entre participants (inférieur à $n - 1$ contacts).

Le modèle de Russell & Urban utilise une version partielle du leximin. Pour gagner en performances, nous avons adopté la linéarisation de l'ordre leximin par lots de critères [1].

4 Résolution et perspectives

La solution de la Figure (1) est optimale au sens du leximin, et a été obtenue en 231,87 minutes avec le solveur CPLEX sur notre second modèle mathématique. Ces nouveaux modèles permettent de résoudre des instances de plus grande taille, pour un temps de résolution maximum fixé. Les détails seront exposés lors de la présentation.

En perspective, plusieurs pistes restent à explorer, notamment les modèles *PLNE* basés sur la génération de colonnes et l'utilisation d'agrégations de type *OWA*. La pratique nécessite aussi que nous nous penchions sur des contraintes et préférences supplémentaires pour plus de réalisme.

Références

- [1] Włodzimierz Ogryczak, Tomasz Śliwiński. On direct methods for lexicographic min-max optimization. *LNCS 3982* : 802–811, 2006.
- [2] Robert A Russell, Timothy L Urban. Multicriteria models for planning power-networking events. *European journal of operational research*, 207(1) : 83–91, 2010.