Ordonnancement de tâches à durées contrôlables

Florian Fontan, Pierre Lemaire, Nadia Brauner

Univ. Grenoble Alpes, CNRS, G-SCOP, 38 000 Grenoble, France

{florian.fontan,pierre.lemaire,nadia.brauner}@g-scop.grenoble-inp.fr

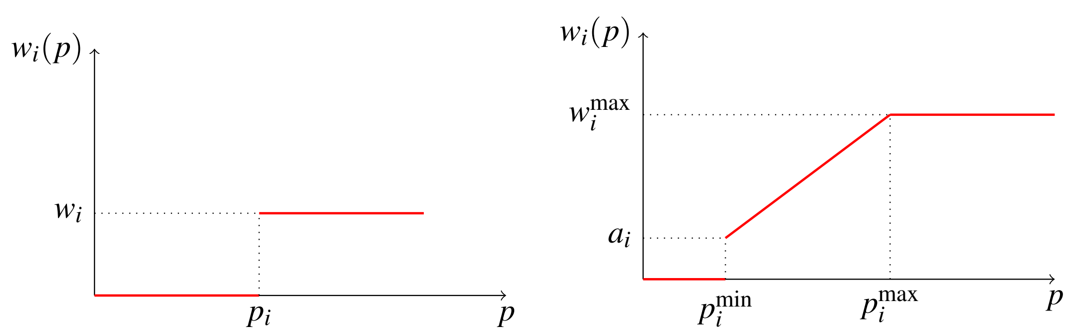
Mots-clés : *ordonnancement, durée contrôlable, gain variable, astrophysique.*

Les meilleurs télescopes sont des ressources rares et chères, qui font l'objet d'une forte concurrence au sein de la communauté astrophysique. De plus, un nombre croissant de projets astronomiques demande d'observer un nombre important d'objets célestes durant des périodes discontinues s'étalant sur plusieurs mois ou années. Un exemple important aujourd'hui est les revues d'étoiles pour découvrir et étudier des planètes extra-solaires, ce qui demande d'observer des centaines d'étoiles pour avoir la possibilité d'observer quelques planètes. Dans ce contexte, Catusse et al. [1] ont proposé un algorithme exact permettant d'ordonnancer les observations possibles sur un téléscope pour un nombre de nuits donné. Il s'agit d'un problème d'ordonnancement dont l'objectif est de maximiser la somme de l'intérêt scientifique associé à chaque étoile observée. Dans le modèle actuel l'intérêt scientifique d'une étoile est constant pour chaque étoile. Or, il apparaît que, bien qu'une durée d'observation soit associée à chaque étoile, une observation qui n'atteint pas cette durée peut tout de même être intéressante à faire. Ce comportement peut être modélisé par un intérêt variable fonction de la durée allouée à l'observation, et a motivé l'étude théorique de cette classe de problèmes présentée ci-dessous.

On considère donc un ensemble de N tâches pouvant être ordonnancées sur une machine ayant une date de fin globale D. Chaque tâche T_i a un intérêt $w_i(p_i)$ qui dépend du temps d'exécution choisi p_i. L'objectif est de maximiser la somme des intérêts des tâches ordonnancées :

$$\max \sum_{i=1}^{N} w_i(p_i).$$

Par exemple, pour un problème d'ordonnancement classique, la fonction d'intérêt est une fonction nulle puis constante dès que le temps d'exécution suffisant a été alloué (voir Figure 1a). Pour le problème pratique, un modèle envisageable est représenté sur la Figure 1b.



(a) Cas d'un ordonnancement classique

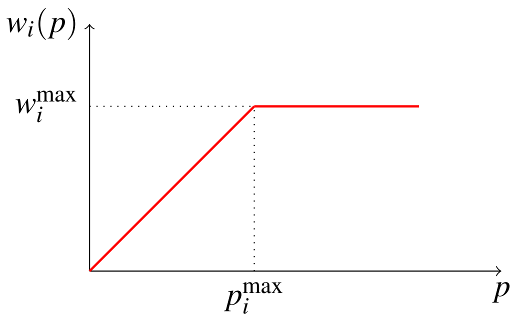
(b) Cas pratique

FIG. 1 – Exemples de fonctions d'intérêt

Quelques cas de gain dépendant du temps alloué ont été abordés dans la littérature sous le mot clef *Increasing Reward with Increasing Service* (IRIS). En particulier, Dey et al. [2] ont étudié le cas d'un modèle croissant concave avec des dates de fin.

D'autres problèmes similaires avec des temps d'exécution contrôlables ont aussi été traités (voir Shabtay and Steiner [3] pour une revue de littérature). Cependant, ces problèmes diffèrent des nôtres dans le sens où toutes les tâches doivent être ordonnancées, et une quantité limitée de ressources permet de réduire leur temps d'exécution nécessaire.

Ici, nous présentons les bases de l'étude de ces problèmes en étudiant la complexité pour différents modèles pour la fonction de gain selon les contraintes appliquées. Pour certains cas NP-complets, des bornes, approximations ou heuristiques sont également proposées. Les contraintes prises en compte sont principalement celles rencontrées dans le problème d'ordonnancement d'observation d'étoiles : machines parallèles, dates de disponibilité, dates de fin...



(a) Fonction d'intérêt, $b_i = \frac{w_i^{\max}}{p_i^{\max}}$

Contraintes	Complexité
$1\|$	P
$P\|$	NPC
$P\|b_i = b$	NPC
$P\|w_i^{\max} = w^{\max}$	NPC
$P\|p_i^{\max} = p^{\max}$	P
$1\|r_i$ or d_i	P
$1\|r_i$ or $d_i, b_i = b$	P (EDD)
$1\|r_i, d_i$	NPC
$1\|r_i, d_i$, pmtn	P (flot)
$P\|r_i, d_i$, pmtn	Ouvert

(b) Résultats

FIG. 2 – Modèle linéaire avec intérêt maximum

La Figure 2 illustre le cas d'un modèle linéaire avec intérêt maximum et présente les résultats de complexité établis pour celui-ci. Pour ce modèle, et avec des dates de fin, on montre par exemple que l'ensemble des solutions où toutes les tâches sont ordonnancées est dominant, puis que l'ensemble des solutions où les tâches sont ordonnancées par ordre croissant de leur date de fin est aussi dominant. Ainsi, on peut ramener le problème à un programme linéaire, ce qui permet de le résoudre en temps polynomial. En revanche, avec des machines parallèles, une réduction depuis le problème *multi-way partition* montre que le problème est NP-complet.

Références

[1] Nicolas Catusse, Hadrien Cambazard, Nadia Brauner, Pierre Lemaire, Bernard Penz, Anne-Marie Lagrange, and Pascal Rubini. A Branch-and-Price Algorithm for Scheduling Observations on a Telescope. In *Twenty-Fifth International Joint Conference on Artificial Intelligence (IJCAI-16)*, pages 3060–3066, New-York, United States, 2016.

[2] Jayanta K. Dey, James Kurose, and Don Towsley. On-line scheduling policies for a class of IRIS (increasing reward with increasing service) real-time tasks. *IEEE Trans. Comput.*, 45(7) :802–813, 1996. doi : 10.1109/12.508319.

[3] Dvir Shabtay and George Steiner. A survey of scheduling with controllable processing times. *Discrete Applied Mathematics*, 155(13) :1643–1666, 2007.