

Formalisation linéaire d'un problème de RCPSP avec transport de ressources

Philippe Lacomme¹, Aziz Moukrim², Alain Quilliot¹, Marina Vinot¹

¹ Université Blaise Pascal, Complexe scientifique des Cézeaux, CNRS, LIMOS UMR 6158, 63178 Aubière.

{placomme, quilliot, vinot}@isima.fr

² Sorbonne universités, Université de Technologie de Compiègne, CNRS, Heudiasyc UMR 7253, CS 60 319, 60203 Compiègne.

aziz.moukrim@hds.utc.fr

Mots-clés : *programme linéaire mixte en nombre entier, RCPSP, ordonnancement, transport*

1 Introduction

Le problème d'ordonnancement de projets sous contraintes de ressources (RCPSP), est un problème très général [1] qui possède de nombreuses applications industrielles. Dans ce problème, il s'agit d'ordonner des activités qui se définissent par une durée et des quantités de ressources nécessaires à l'exécution, ce qui implique la gestion des ressources renouvelables (présentes en quantités limitées). Les activités possèdent des relations de précédence, qui expriment qu'une activité i ne peut pas commencer tant que l'activité j qui la précède n'est pas achevée. L'objectif est de déterminer une solution qui minimise la date de fin du projet, en respectant à la fois les contraintes de précédence et les contraintes de ressources. Ce problème est défini par un 6-uplet (V, p, E, R, B, b) , où V est un ensemble d'activités, p est un vecteur des durées d'exécution, E est un ensemble de relations de précédences, R est un ensemble de ressources, B est un vecteur capacités de ressource (disponibilités des ressources), et b est une matrice de demandes (consommations de ressource).

De nombreuses extensions du RCPSP ont été traitées dans la littérature [2][3] et celle abordée dans cet article concerne la résolution du RCPSP, avec transport des ressources d'une activité à l'autre. Dans ce problème (RCPSPT), les ressources sont transportées entre les activités, par des véhicules de capacités limitées et chaque activité est supposée avoir des coordonnées géographiques. La résolution intégrée suppose la résolution conjointe d'un problème d'ordonnancement et d'un problème de type DARP (Dial-A-Ride Problem). Une solution avec $n = 10$ activités et $k = 2$ véhicules est présentée sur la Figure (1) et met en évidence les relations entre la solution du problème d'ordonnancement et la solution du problème de transport.

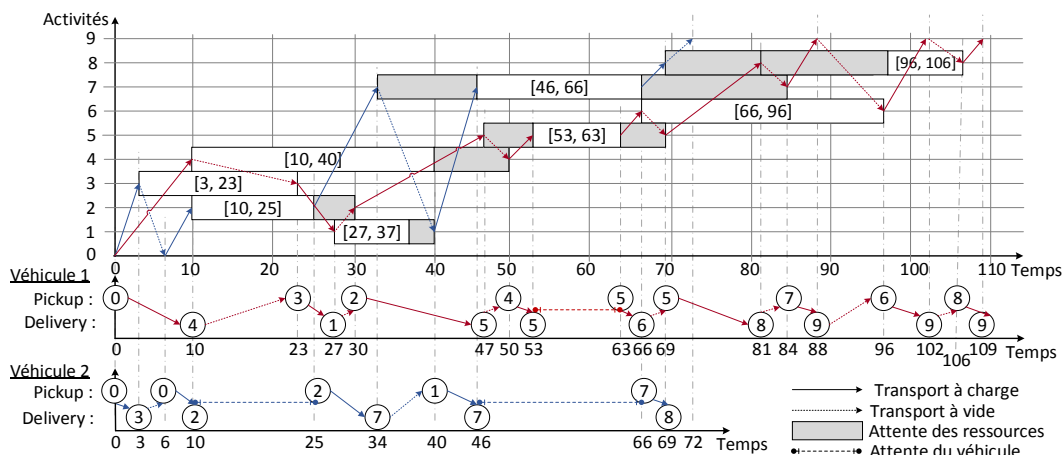


FIG. 1 – Une solution du RCPSP avec transport de ressources (RCPSPT)

2 Programme linéaire mixte en nombre entier

Cet article propose une modélisation du RCPSP sous la forme d'un programme linéaire qui regroupe à la fois, la formulation du RCPSP sous forme de flot [1][4] et des contraintes liées au problème de tournées de véhicules. La difficulté de résolution du RCPSP avec transport réside dans la détermination des tâches de transport. En effet, le nombre et la position des tâches de transport ne sont pas définis par des données du problèmes, contrairement au Job-shop avec transport par exemple. Ce problème comporte donc $O(kn^4)$ variables.

3 Résultats numériques

Le PLMNE a été utilisé pour résoudre des instances à 10 activités et 2 véhicules en utilisant Cplex. La capacité des véhicules et le ratio entre la durée moyenne des activités et des tâches de transport varient. Le problème ne peut pas être résolu par Cplex en temps raisonnable, à cause de la combinatoire à la fois du problème d'ordonnancement mais aussi du transport, avec en plus, la difficulté liée à la détermination des opérations de transport. Pour les instances présentées dans le tableau 1, on peut estimer le nombre total de possibilités de détermination des opération de transport compatibles avec les demandes en ressources des tâches, de l'ordre de 10^{24} possibilités.

Instances	n	k	Nombre de variables	Nombre de contraintes	Meilleure solution	Borne inf.	TT	Gap (%)	
1	1	10	2	98095	254516	109*	109*	13h	0
	2	10	2	98095	254516	148*	148*	24j	0
	3	10	2	98095	254516	235	226	30j	4
2	1	10	2	90869	235838	109*	109*	12h	0
	2	10	2	90869	235838	148*	148*	3j	0
	3	10	2	90869	235838	235*	235*	29j	0
3	1	10	2	83653	217160	109*	109*	9h	0
	2	10	2	83653	217160	156*	156*	3j	0
	3	10	2	83653	217160	274	192	30j	30

TAB. 1 – Résultats numériques sur de petites instances

4 Conclusion

Dans cet article, il a été proposé un problème de type RCPSP avec transport de ressources et une formalisation linéaire du problème permettant une résolution exacte du problème pour les petites instances. Cependant, la combinatoire liée à ce problème ne permet pas la résolution exacte de ce problème dans des temps acceptables mais peut fournir toutefois des bornes inférieures particulièrement utiles pour des méthodes approchées.

Références

- [1] Artigues C., P. Michelon and S. Reusser. Insertion techniques for static and dynamic resource-constrained project scheduling ; Eu. Journal. of Op. Res. 149, 249-267. 2003.
- [2] Chen Z.L. Integrated Production and Outbound Distribution Scheduling: Review and Extensions, Oper. Res. 58(1): 130-148, 2010.
- [3] Sarmiento A. M, Nagi R. A review of integrated analysis of production-distribution systems ; IIE Trans. 31, 1061-1074. 1999.
- [4] Koné O., C. Artigues, P. Lopez, M. Mongeau. Event-based MILP models for resource-constrained project scheduling problems, Computers & Operations Research, 38 (1), 3-13, 2011.