Problème d'ordonnancement à une machine et de distribution à dates de départ fixes

Azeddine Cheref[1,2], Artigues Christian[2], Billaut Jean-Charles[1]

[1] Université François-Rabelais Tours / CNRS, 64 av. J. Portalis, 37200 Tours, France
{cheref,billaut}@univ-tours.fr

[2] CNRS, LAAS, 7 avenue du colonel Roche, F-31400 Toulouse, France
Univ de Toulouse, LAAS, F-31400 Toulouse, France
{artigues}@laas.fr

Mots-clés : *ordonnancement, distribution, génération de colonnes, complexité.*

1 Introduction

En pratique dans une chaîne logistique, la production et la livraison sont traitées séparément. Ceci est d'autant plus vrai dans le cas où le système n'est pas centralisé. Dans ce chapitre, on considère que la distribution est effectuée par une entreprise tierce disposant d'un ensemble de véhicules à capacité limitée. Les produits finis sont livrés vers un unique client par des véhicules dont les dates de départ sont fixes et connues à l'avance par le fabricant. A chaque produit est associée une durée de production sur la machine et une taille qui correspond à un espace du véhicule occupé par la tâche. Puisque la distribution ne dépend pas du fabriquant, le problème consiste à déterminer une séquence de production sur la machine et constituer les lots de tâches à livrer ensemble afin de minimiser la somme des dates de livraison des produits. Dans ce chapitre, nous montrons que ce problème est NP-difficile au sens fort, ensuite nous proposons un algorithme de branch & price pour sa résolution exacte. Un algorithme d'approximation avec garantie de performance est aussi proposé pour le cas où les durées de production et les tailles des tâches sont proportionnelles.

2 Description du problème et complexité

On considère un ensemble de n tâches $J = \{J_1, J_2, \ldots, J_n\}$ à produire sur une seule machine et à livrer vers un unique client. Chaque tâche J_j, $j = 1, \ldots, n$, nécessite un temps de production p_j. La livraison est effectuée par des véhicules disposant d'une capacité c et chaque tâche J_j, $j = 1, \ldots, n$, est caractérisée par un espace occupé dans le véhicule noté s_j où $0 \leq s_j \leq c$. Les dates de départ étant connues, soit τ_i la date de départ de la i^{e} tournée. On note par t le temps de transport entre le centre de production et le client. Un lot livré à la position k est noté B_k. Soit J_j une tâche contenue dans le lot B_k, sa date de livraison D_j est telle que $D_j = \tau_k + t$. Enfin, l'objectif est de minimiser la somme des dates de livraison des produits et suivant le notation de [1], le problème est noté $1 \to D, k = 1|v = 1, c, no\ wait|\sum D_j$.

Exemple : Soit une instance avec $n = 7$ tâches et une capacité $c = 10$. Pour chacune des tâches $\{J_1, J_2, \ldots, J_n\}$, les temps d'exécution sont respectivement $\{10, 17, 9, 11, 6, 13, 7\}$ et les espaces occupés dans le véhicule $\{3, 4, 5, 5, 4, 6, 5\}$, respectivement. Le temps de transport $t = 10$ et les départs des véhicules pour effectuer la livraison sont prévus aux dates $\tau_1 = 18$, $\tau_2 = 39$, $\tau_3 = 60$ et $\tau_4 = 76$. La Figure (1) montre une solution du problème avec une séquence de production $\sigma = (J_3, J_5, J_1, J_4, J_7, J_6, J_2)$ dans laquelle le véhicule livre les tâches J_3 et J_5 à la date $18 + t$, les tâches J_1 et J_4 à la date $39 + t$. La tâche J_7 est livrée à la date $60 + t$ et les deux tâches J_6 et J_2 sont livrées durant la dernière tournée à la date $76 + t$.

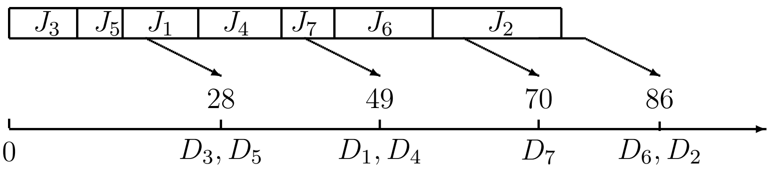

FIG. 1 – Une illustration du problème $1 \to D, k = 1|v = 1, c, no\ wait|\sum D_j$

Théorème 1 *Le problème $1 \to D, k = 1|v = 1, c = z, no\ wait|\sum_j D_j$ est NP-difficile au sens fort.*

3 Cas particulier : livraisons periodiques et $s_j = f(p_j)$

Dans cette section, nous traitons un cas particulier du problème dans lequel les livraisons se font à des dates periodiques et où l'espace qu'occupe une tâche dans le véhicule est proportionnel à sa durée de production sur la machine. Soit f une fonction croissante et $s_j = f(p_j)$. Le problème à précédemment été montré NP-difficile au sens fort par une réduction au problème de `3-PARTITION`. Dans la preuve de complexité du problème général $1 \to D, k = 1|v = 1, c, no\ wait|\sum D_j$, nous avons considéré spécialement à cet effet que le temps entre deux départs était égale à b et que $s_j = p_j$, i.e., $f(p_j) = p_j$. Etant donné que ce cas particulier du problème reste NP-difficile au sens fort, nous proposons une méthode de résolution heuristique avec garantie de performance. Soient S^* la solution optimale du problème et S^H la solution retournée par l'heuristique. Le total des dates d'arrivées est noté $Z(S^*)$ pour la solution optimale et $Z(S^H)$ pour la solution heuristique H. Ainsi, le théorème suivant est énoncé.

Théorème 2 $Z(S^H) < 2Z(S^*)$

4 Formulation PLNE du problème

Dans cette section, nous traitons le cas général $1 \to D, k = 1|v = 1, c, no\ wait|\sum D_j$ dans lequel les tailles et les durées des tâches sont considérées quelconques et les dates de départ du véhicule connues à l'avance (le nombre de départs est supposé être suffisant pour que toutes les tâches soient livrées). Le problème étant NP-difficile, nous présenterons durant la conférence deux formulations mathématiques pour le problème. Une formulation sous forme de programme linéaire en nombre entiers ainsi qu'une deuxième formulation sous forme de problème de recouvrement d'ensembles adaptée à la génération de colonnes sont décrites.

5 Perspectives de recherche

Les formulation PLNE du problème ainsi que des résultats expérimentaux seront présentés lors de la conférence. La réalisation d'un algorithme de branch-and-price permettra l'obtention de la solution optimale du problème. La mise en oeuvre d'heuristiques constitue une perspective de recherche intéressante pour ce problème difficile.

Références

[1] Lee, C.Y., Chen, Z.L. : Machine scheduling with transportation considerations. Journal of Scheduling. 4 (1), 3–24. (2001)