

Minimisation de la nuisance sonore de pneus par la programmation linéaire en nombres entiers

Matthias Becker¹, Nicolas Ginoux², Sébastien Martin² and Zsuzsanna Róka²

¹ FG Simulation, Welfengarten1, University Hannover, Germany
email available at www.sim.uni-hannover.de

² Université de Lorraine, IECL et LCOMS, Metz, France
prenom.nom@univ-lorraine.fr

Mots-clés : *recherche opérationnelle, optimisation.*

1 Introduction

Dans l'industrie pneumatique, un des buts importants est de modéliser le bruit ressenti par les passagers du véhicule. Dans des travaux précédents (e. g. [1]) le problème a été étudié en utilisant des heuristiques et méta-heuristiques afin de minimiser le bruit en déterminant la meilleure structure de la bande de roulement du pneu. En effet, cette bande est composée de reliefs sculptés consécutifs de longueurs différentes, comme illustre la Figure 1.



FIG. 1 – Illustration et exemple de la bande de roulement d'un pneu

Notre but est de trouver la meilleure séquence de reliefs minimisant le bruit. Nous présentons tout d'abord les outils mathématiques permettant d'approcher le bruit d'une séquence donnée. Nous expliquons ensuite comment utiliser ces outils afin de déterminer la meilleure séquence.

2 Modélisation du problème et résultats

Calcul du bruit. Une séquence donnée est modélisée par une fonction *profil*. Le bruit est alors représenté par le plus grand coefficient de Fourier en valeur absolue de cette fonction. Afin de proposer un modèle d'optimisation linéaire, nous avons adapté le calcul des coefficients de Fourier de la fonction profil pour prendre en compte différentes tailles de pneu. Le problème peut donc être modélisé sous la forme :

$$\begin{cases} \inf \left(\sup \left(\sup_{k \in \mathbb{N} \setminus \{0\}} (\max(S_k, C_k)), (1 - q)c \right) \right) \\ l_1^*, \dots, l_n^* \geq 0 \\ \sum_{j=1}^n l_j^* = T \end{cases}$$

où le premier supremum dans l'ordre de lecture donne le plus grand coefficient de Fourier en valeur absolue et l'infimum donne le bruit minimal pour des paramètres de longueurs de reliefs

l_i^* sous la contrainte exprimée en dernière ligne, T étant la longueur totale (circonférence) du pneu.

Pour une taille de pneu fixe, nous pouvons ainsi définir la contribution au bruit total d'un relief à une position donnée dans la séquence. Plus précisément, nous notons $A_{k,j,i,p}$ (resp. $B_{k,j,i,p}$) la contribution du k -ième coefficient de Fourier a_k (resp. b_k) de la fonction profil n'ayant qu'un seul relief de type p débutant à la i -ième unité et avec une taille du pneu j .

Programmation linéaire en nombres entiers. Pour résoudre ce problème, on considère toutes les tailles de pneu possibles autorisées par les contraintes industrielles. Pour chaque taille de pneu j possible, on propose un programme linéaire en nombres entiers P_j . En utilisant les coefficients $A_{k,j,i,p}$ et $B_{k,j,i,p}$, les variables des programmes P_j sont définies de la manière suivante :

- $x_i^p \in \{0, 1\}$ est égale à 1 si un relief de type p débute à l'unité i et 0 sinon ;
- $z^j \in \mathbb{R}_+$ est le bruit produit par une séquence de reliefs lorsque l'on impose j unités vides en fin de séquence ;
- $za_k^j \in \mathbb{R}$ est la valeur du k -ième coefficient Fourier a_k d'une séquence donnée avec j unités vides en fin de séquence ;
- $zb_k^j \in \mathbb{R}$ est la valeur du k -ième coefficient Fourier b_k d'une séquence donnée avec j unités vides en fin de séquence.

Le programme linéaire en nombres entiers satisfait par ces variables est décrit dans [2].

Analyse des résultats. Les courbes de la Figure 2 illustrent l'impact de la précision de Fourier (*i.e.* le nombre de coefficients calculés) sur la solution optimale. Le Tableau 1 indique les solutions optimales en fonction de la précision de Fourier choisie. Nous pouvons remarquer sur les instances que nous réduisons le bruit d'environ 20% par rapport à l'heuristique.

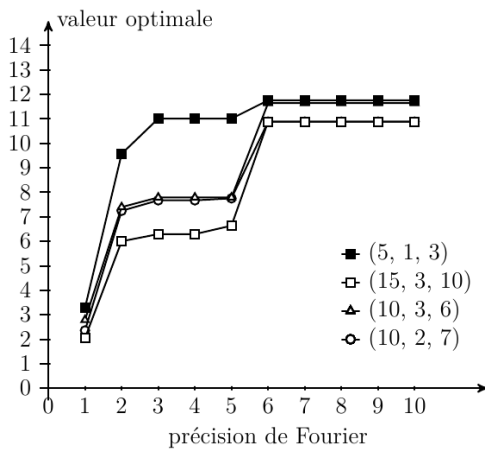


FIG. 2 – Evolution des valeurs optimales

n	minO _p	maxO _p	ProgLin		Heuristique		Ecart %
			ValOpt	t	ValOpt	t	
10	2	7	7.100	5"	9.247	4"	23.21
	3	6	7.397	3"	9.368	4"	21.03
	3	7	7.397	3"	9.368	4"	21.03
15	3	10	5.613	114"	7.236	7"	22.42
	3	11	5.613	130"	7.236	7"	22.42
	4	10	5.949	70"	7.261	6"	18.06
20	5	10	6.160	18"	7.640	6"	19.37
	3	15	4.987	3667"	6.214	17"	19.74
	4	12	5.088	3502"	6.301	13"	19.25
	5	10	5.089	2929"	6.337	12"	19.69
	6	10	5.093	1607"	6.444	22"	20.96

TAB. 1 – Résultats expérimentaux

Notre modèle ne permet pas de résoudre des instances réelles pour le moment. En effet, elles possèdent environ 60 à 70 reliefs alors que notre modèle ne permet de traiter que jusqu'à 20 reliefs en une heure.

Références

- [1] M. Becker, S. Jaschke, H. Szczerbicka, *Tread Profile Optimization For Tires With Multiple Pitch Tracks*, IEEE 13th International Conference on Intelligent Engineering Systems (INES09), 16 – 18 Avril, 2009.
- [2] M. Becker, N. Ginoux, S. Martin et Zs. Róka. *Optimization of Tire Noise by Solving an Integer Linear Program (ILP)* 2016 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics (SMC2016), 9 – 12 Octobre 2016