

Modèles mathématiques pour le RCPSP multi-site : deux approches

Arnaud Laurent¹, Laurent Deroussi¹, Nathalie Grangeon¹, Sylvie Norre¹

LIMOS CNRS UMR 6158, Université Blaise Pascal,
Campus Universitaire des Cézeaux, 2 rue de la chebarde, TSA 60125, CS 60026, 63173 Aubière
Cedex, France. arnaud.laurent@isima.fr,
{laurent.deroussi,nathalie.grangeon,sylvie.norre}@univ-bpclermont.fr

Mots-clés : *RCPSP, Multi-Site, Temps de déplacement, CPLEX.*

1 Présentation du RCPSP Multi-site

Le Resource-Constrained Project Scheduling Problem (RCPSP) a pour but d'ordonnancer un ensemble de tâches nécessitant des ressources pour s'exécuter. Ces tâches peuvent être liées par des contraintes de précédence. Le critère d'optimisation est le makespan. L'extension du multi-site ajoute au problème un contexte multi-site avec le choix du lieu d'exécution pour les tâches. Chaque couple de sites est séparé par un temps de déplacement. Une tâche a obligatoirement besoin d'un site pour être exécutée. Une ressource est soit mobile, soit fixe. Les ressources mobiles peuvent se déplacer d'un site à l'autre. Les ressources fixes sont affectées à un site de référence. Les ressources mobiles sont sujettes à des temps de déplacement dans le cas où elles doivent exécuter successivement deux tâches sur deux sites différents. Ce temps s'applique aussi s'il existe une contrainte de précédence entre deux tâches qui ne sont pas réalisées sur le même site. L'objectif est d'affecter les tâches sur les sites, de les ordonnancer et de déterminer quelles ressources doivent les exécuter. Nous avons rencontré ce problème en étudiant la mutualisation des ressources dans les groupements hospitalier de territoire. Ce problème peut trouver des applications dans un contexte industriel (emplois du temps ou gestion de projet multi-sites).

2 Proposition de modèles mathématiques

Nous proposons deux modèles mathématiques. Le premier modèle reprend les contraintes de cumul sur les quantités de ressources disponibles du RCPSP à la période t (1) (Modèle à Contraintes Cumulatives (MCC)). La différence se situe dans le fait que la quantité de ressources disponible dépend du site. Cette quantité est égale à la somme des ressources fixes et mobiles présentes sur le site à la période t (2).

$$\text{Quantité consommée totale par type de ressource} \leq \text{Quantité disponible} \quad (1)$$

$$\text{Quantité consommée totale par type de ressource} \leq \text{Quantité disponible sur chaque site} \quad (2)$$

Le deuxième modèle individualise les ressources qui vont effectuer les tâches (Modèle Individualisé (MI)) et n'utilise plus les contraintes cumulatives.

Les modèles proposés s'appuient et étendent les modèles de la littérature de [2] et [1]. Par soucis de longueur nous ne donnons pas les modèles en détails dans cet article. Les modèles utilisent les notations classiques du RCPSP telles que le nombre de tâches N , l'horizon temporel T , le nombre de ressources R et le nombre de type de ressource K . Nous ajoutons à ces notations le nombre de site S .

Les variables communes aux deux modèles sont :

$X_{j,t} = 1$ si la tâche $j = 1, \dots, N$ se termine à la période $t = 1, \dots, T$, 0 sinon

Instance	MI% Résolu	Temps(s)	MCC % Résolu
N=10 ;R=10 ;S=2 ;	100	1.45	14
N=10 ;R=20 ;S=3 ;	100	3.46	0
N=15 ;R=10 ;S=2 ;	71	-	0
N=20 ;R=10 ;S=2 ;	14	-	0

TAB. 1 – Résultats obtenus avec les deux modèles avec CPLEX sur 30 minutes

$Z_{j,s} = 1$ si la tâche $j = 1, \dots, N$ se déroule sur le site $s = 1, \dots, S$, 0 sinon

Les contraintes communes aux deux modèles sont :

- Contraintes de non-préemption
- Contraintes de précédence
- Contraintes d'affectation des tâches à un site

Les variables du MCC sont :

$Rm_{k,s,t}$ Nombre de ressources mobiles de type $k = 1, \dots, K$ disponibles sur le site $s = 1, \dots, S$ à la période $t = 1, \dots, T$

$g_{s,s',k,t}$ Nombre de ressources de type $k = 1, \dots, K$ transférées entre le site $s = 1, \dots, S$ et le site $s' = 1, \dots, S$ à la période $t = 1, \dots, T$

et les contraintes propres du MCC :

- Contraintes de répartition des ressources à la première période
- Contraintes de transfert de ressources entre les sites
- Contraintes cumulatives
- Contraintes de temps de déplacement en cas de précédence

Les variables du MI sont :

$Y_{j,k,r} = 1$ si la ressource $r = 1, \dots, R_k$ de type $k = 1, \dots, K$ est affectée à la tâche $j = 1, \dots, N$, 0 sinon

$\omega_{j,h} = 1$ si un temps de déplacement doit être pris en compte entre la fin de la tâche $j = 1, \dots, N$ et le début de la tâche $h = 1, \dots, N$, 0 sinon.

et les contraintes propres au MI :

- Contraintes déterminant si un temps de transfert doit s'appliquer
- Contraintes d'application d'un temps de transfert
- Contraintes d'affectation des ressources nécessaires aux tâches

3 Premières observations

Si on prend un exemple d'instance de 10 tâches avec 10 ressources de 4 types différents réparties sur 3 sites. On planifie cette instance sur 50 périodes.

- Pour le MI on obtient un modèle avec 720 variables et 2060 contraintes
- Pour le MCC on obtient un modèle avec 1930 variables et 5430 contraintes

On constate que le nombre de variables et de contraintes pour le MCC est supérieur à celui du MI pour cette instance. Le nombre de contraintes et de variables du MCC n'est pas influencé par le nombre de ressources alors que le MI l'est. Nous présentons quelques résultats obtenus en 30 minutes avec les deux modèles dans le tableau 1. Au vu des résultats obtenus avec ces deux modèles, le MI est plus performant pour la plupart des instances testées.

Références

- [1] Isabel Correia, Lídia Lampreia Lourenço, and Francisco Saldanha-da Gama. Project scheduling with flexible resources : formulation and inequalities. *OR spectrum*, 34(3) :635–663, 2012.
- [2] Osman Oğuz and Hasan Bala. A comparative study of computational procedures for the resource constrained project scheduling problem. *European Journal of Operational Research*, 72(2) :406 – 416, 1994.