

# Encadrements linéaires par morceaux pour l'optimisation d'énergie dans des véhicules électriques hybrides

Sandra U. Ngueveu<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup> Univ de Toulouse, INP, LAAS, LAPLACE, F-31400 Toulouse, France

<sup>2</sup> CNRS ; LAAS ; 7 avenue du colonel Roche, F-31077 Toulouse Cedex 4, France  
ngueveu@laas.fr

**Mots-clés :** *optimisation, énergie, fonction de rendement, encadrements linéaires*

## 1 Introduction

Un véhicule électrique hybride (VEH) dispose d'au moins deux sources d'énergie pour fournir l'énergie nécessaire à son fonctionnement, en général, une source dite non-réversible (ex : pile à combustible ou panneau solaire) capable uniquement de fournir de l'énergie et une source dite réversible (ex : batterie ou super-capacité) capable de fournir mais aussi de récupérer de l'énergie. Ce papier s'intéresse à l'optimisation de la consommation en carburant ou combustible d'un VEH pour un profil de mission donné. Un profil de mission se caractérise par un horizon temporel discrétisé et une demande de puissance (positive en cas de traction, négative en cas de freinage) à chaque pas de temps d'un véhicule sur une trajectoire définie. Le problème étudié consiste à déterminer pour chaque pas de temps la (ou les) source(s) d'énergie devant fournir/récupérer la puissance demandée/disponible. L'objectif est de minimiser la consommation totale sur un profil de mission donné, compte-tenu des caractéristiques de chaque source d'énergie : puissance minimale/maximale, fonctions (non linéaires) de rendement énergétique.

## 2 Etat de l'art

Différentes méthodes ont été proposées dans la littérature pour résoudre le problème, principalement basées sur de la programmation dynamique pour les profils de mission de petites tailles et des heuristiques pour ceux de taille plus importante. Pour le cas particulier où la source réversible aurait un rendement énergétique constant ou convexe, [2] ont proposé une reformulation en PLNE basée sur l'utilisation de points de rendement pour la source non-réversible. Cette approche a été reprise par [1] dans une procédure itérative basée sur la discrétisation de fonction de rendement en points de fonctionnement équidistants et résolution des sous-problèmes résultants par branch-and-bound. Par ailleurs, dans le cadre de travaux sur l'intégration de sources d'énergie dans des problèmes d'optimisation combinatoire, une nouvelle approche basée sur des encadrements de fonctions non linéaires de rendement énergétique, a été proposée et validée sur des problèmes d'ordonnancement sous contraintes énergétiques ([4]). Cette approche a été généralisée et formalisée par [3] pour des fonctions non-linéaires plus générales. Le but de ce papier est de comparer les deux approches (points de rendement vs encadrements linéaires) pour le problème d'optimisation d'énergie dans les VEH.

## 3 Modèles mathématiques

Soient : (1) une puissance demandée  $P_t$  pour chaque pas de temps  $t \in \mathcal{T}$ , (2) une pile à combustible (PAC) ayant une fonction de rendement (non linéaire)  $f_{\text{PAC}}$  et une puissance maximale de  $P_{\text{PAC}_{\text{max}}}$  ; (3) une super-capacité (SC) ayant un rendement constant en charge

$a^+$ , un rendement constant en décharge  $a^-$ , un niveau d'énergie initial  $E_{SC_0}$ , une puissance minimale  $P_{SC_{\min}}$ , une puissance maximale  $P_{SC_{\max}}$  et devant garder son niveau d'énergie entre les bornes de fonctionnement  $[E_{SC_{\min}}, E_{SC_{\max}}]$ . A partir de variables de décision  $x_i$ ,  $y_i^+$  et  $y_i^-$  représentant respectivement la puissance fournie par la PAC, fournie par la SC et reçue par la SC, le problème (P) se modélise par les équations (1)-(5).

$$(P) \min z_{(P)} = \sum_{t \in \mathcal{T}} f_{PAC}(x_t) \quad \text{min. conso totale d'énergie (1)}$$

$$\text{s.t.} \quad x_t + y_t^+ + y_t^- \geq P_t, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad \text{fournir puissance demandée(2)}$$

$$\sum_{t \in \mathcal{T}} (a^+ y_t^+ + a^- y_t^-) \leq 0 \quad \text{énergie SC finale} \geq \text{initiale (3)}$$

$$E_{SE_0} - E_{SE_{\max}} \leq \sum_{k=1}^t (a^+ y_k^+ + a^- y_k^-) \leq E_{SE_0} - E_{SE_{\min}}, \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad \text{énergie SC dans les bornes (4)}$$

$$x_t \in [0, P_{PAC_{\max}}], y_t^+ \in [0, P_{SE_{\max}}], y_t^- \in [P_{SE_{\min}}, 0], \quad \forall t \in \mathcal{T} \quad \text{domaines des variables (5)}$$

La résolution basée sur les points de fonctionnement consiste à définir un ensemble  $I_{PAC}$  de points fonctionnement  $i : (\tilde{x}^i, f_{PAC}(\tilde{x}^i))$ , définir des variables binaires  $x_t^i$  valant 1 ssi le point de fonctionnement  $i$  est utilisé à l'instant  $t$ , remplacer  $x_t$  par  $\sum_{i \in I_{PAC}} x_t^i$  et remplacer chaque terme non linéaire  $f_{PAC}(x_t)$  de l'objectif par le terme linéaire  $\sum_{i \in I_{PAC}} f_{PAC}(\tilde{x}^i) x_t^i$ .

La résolution basée sur les encadrements linéaires consiste à identifier deux fonctions linéaires par morceaux  $\bar{f}_{PAC}^\epsilon(x^t)$  et  $\underline{f}_{PAC}^\epsilon(x^t)$  vérifiant les inégalités d'encadrement posées par [4] pour remplacer  $f_{PAC}(x^t)$ . Il en résulte deux PLNE ( $\bar{P}$ ) et ( $\underline{P}$ ) vérifiant  $z_{(\underline{P})} \leq z_{(P)} \leq z_{(\bar{P})}$ .

## 4 Premiers résultats expérimentaux

Le tableau 1 illustre les résultats obtenus pour un profil de puissance typique d'un véhicule sur autoroute ([2]). Différentes valeurs de  $\epsilon$  conduisent à différents nombres de morceaux  $\bar{n}^\epsilon$  et  $\underline{n}^\epsilon$  des fonctions  $\bar{f}_{PAC}^\epsilon(x^t)$  et  $\underline{f}_{PAC}^\epsilon(x^t)$ . Pour que les PLNE contiennent un nombre de variables binaires similaire  $|I_{PAC}| = \bar{n}^\epsilon$ . Les premiers résultats numériques montrent que les encadrements de fonctions produisent de meilleurs résultats que les points de rendements.

$\epsilon$	$\bar{n}^\epsilon$	$z_{(\bar{P})}$	cpu $_{(\bar{P})}$	$\underline{n}^\epsilon$	$z_{(\underline{P})}$	cpu $_{(\underline{P})}$	$ I_{PAC} $	$z_{I_{PAC}}$	cpu $_{I_{PAC}}$
0.5 %	9	18691.6 kW/s	63.9 s	9	18597.0 kW/s	24.5 s	9	18694.77 kW/s	197.5 s
0.3 %	12	18653.8 kW/s	89.5 s	12	18597.3 kW/s	46.6 s	12	18662.14 kW/s	122.7 s
0.1 %	20	18629.4 kW/s	54.4 s	20	18611.1 kW/s	53.1 s	20	18638.81 kW/s	183.4 s

TAB. 1 – Résultats pour un profil de puissance autoroutier avec  $\mathcal{T} = 750s$  et un pas de temps d'1s

## Références

- [1] Alan Chauvin, Alaa Hijazi, Eric Bideaux, and Ali Sari. Combinatorial approach for sizing and optimal energy management of hev including durability constraints. In *24th International Symposium on Industrial Electronics (ISIE)*, pages 1236–1241. IEEE, 2015.
- [2] Yacine Gaoua, Stéphane Caux, and Pierre Lopez. Energy management for an electric vehicle based on combinatorial modeling. In *Industrial Engineering and Systems Management (IESM), Proceedings of 2013 International Conference on*, pages 1–6. IEEE, 2013.
- [3] Sandra Ulrich Ngueveu. Piecewise linear bounding of energy conversion functions and resulting milp-based solution methods. Technical Report 16358, LAAS-CNRS, 2016.
- [4] Sandra Ulrich Ngueveu, Christian Artigues, and Pierre Lopez. Scheduling under a non-reversible energy source : An application of piecewise linear bounding of non-linear demand/cost functions. *Discrete Applied Mathematics*, 208 :98–113, 2016.