Une approche Branch-Cut-and-Price pour la résolution du problème de voyageur de commerce suffisamment proche avec contraintes de couverture sur les arcs

Soukaina Semami[1], Mohamed Bouchoum[1], Brahim Aghezzaf[1]

Université Hassan II, Faculté des Sciences Ain Choc (FSAC)
Laboratoire d'Informatique et Aide à la Décision (LIAD), Département de Mathématiques et Informatique
B.P 5366 Maârif Casablanca 20100, (Maroc)
{soukaina.sema@gmail.com, m.bouchoum@fsac.ac.ma, b.aghezzaf@fsac.ac.ma}

Mots-clés : *RFID, CEARP, Branch-Cut-and-Price, SCIP, Voyageur de commerce suffisamment proche.*

1 Introduction

Le problème du voyageur de commerce suffisamment proche avec contraintes de couverture sur les arcs, mieux connu par Close Enough Arc Routing Problem (CEARP) est une nouvelle variante du fameux Traveling Salesman Problem (TSP). Cette variante est principalement conçue pour le secteur de distribution d'énergie : eau, gaz, électricité. Certaines informations, notamment les quantités consommées, sont communiquées à distance par des entreprises de ce secteur et ce, en utilisant la lecture automatisée des compteurs (AMR) avec l'identification par radio fréquence (RFID). Ainsi la visite de certains clients dans leur propre localisation n'est plus obligatoire. Un état de l'art ainsi que d'autres contextes d'application sur le problème CEARP sont détaillés dans [2, 3].

Nous proposons une formulation du CEARP pour le cas orienté sous la forme d'un programme non linéaire d'un entier mixte non convexe. Cette formulation a la propriété que la fixation de toutes les variables entières à n'importe quelle valeur entière donne un problème convexe non linéaire. Soit G = (V, A) un graphe complet où V= $\{v_0 \dots v_{n-1}\}$ est l'ensemble des nœuds et A= $\{(v_i, v_j) : v_i,v_j \in V\}$ est l'ensemble des arcs. Chaque noeud $v_i \in V$ est entouré d'un disque du rayon de couverture r, à l'exception du dépôt v_0. Soit (x_i,y_i) les coordonnées cartésiennes d'un point sur le tour qui est «le plus proche» du nœud v_i, ce point est dit point représentatif du nœud i (détails dans [3]). Définissons W= $\{w_1,w_2\dots w_l\}$, un ensemble des clients qui doivent être couverts. Soit λ_{lij} des coefficients binaires égaux à 1 si le client $w_l \in W$ peut être couvert par l'arc $(v_i,v_j) \in A$, 0 sinon. Soit ξ_{ij} la variable binaire égale à 1 si l'arc (v_i,v_j) est sélectionné par le tour, 0 sinon.

Le but du CEARP est de chercher la tournée la plus courte commençant et terminant au dépôt de manière à ce que chaque client soit couvert par le tour. Un client est couvert par le tour si la distance minimale entre le client et un arc du tour est inférieure au rayon de couverture r. Le CEARP peut être formulé comme suit :

$$\text{Minimiser } \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{n} \xi_{ij} \sqrt{\left(x_i - x_j\right)^2 + \left(y_i - y_j\right)^2} \qquad (1)$$

Sujet à:

$$\xi_{0j} = 1 \quad \forall\, j \in V \qquad (2)$$

$$\sum_{i=0}^{n} \xi_{ij} = 1, \quad \text{pour tout } j \qquad (3)$$

$$\sum_{j=0}^{n} \xi_{ij} = 1, \quad \text{pour tout } i \qquad (4)$$

$$(x_i - a_i)^2 + (y_i - b_i)^2 \leq r^2, \qquad i = 1 \ldots n \qquad (5)$$
$$\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \lambda_{wij}\, x_{ij} \geq 1, \qquad \forall\, w \in W \qquad (6)$$
$$(x_i - a_l)^2 + (y_i - b_l)^2 \leq r^2, \qquad i=1 \ldots n \quad \text{et} \quad \forall\, l \in W \qquad (7)$$
$$\sum_{(i,j)\in S} \xi_{ij} \leq |S| - 1, \qquad \text{for } S \subseteq \{1, \ldots, n\}, \;\; 2 \leq |S| \leq n \qquad (8)$$
$$\xi_{ij} \in \{0,1\}, \;\; (x_i, y_i) \in R\times R, \qquad i, j = 0 \ldots n \qquad (9)$$

Les contraintes (2) forcent le tour à passer par le dépôt, tandis que les contraintes (3) et (4) exigent que chaque nœud soit visité exactement une fois. Les contraintes (5) nécessitent que chaque point représentatif d'un nœud v_i se situe dans un disque de rayon r autour des cordonnées *(a_i, b_i)* du nœud v_i. Les contraintes (6) et (7) impliquent que tous les clients de W sont couverts par le tour. Les contraintes (8) assurent l'élimination des sous-tours en forçant le nombre d'arcs dans un sous-ensemble des nœuds d'être au plus moins que la cardinalité du sous-ensemble. Finalement, les contraintes (9) définissent les variables.

2. Approche proposée

Nous proposons la méthode exacte pour résoudre le CEARP dite Branch-Cut-and-Price. Il s'agit d'une variante de l'algorithme Branch-and-Bound basée sur une relaxation linéaire du problème avec un critère d'arrêt, tout en exploitant les méthodes de génération de colonnes et de génération de coupes. Nous avons intégré un critère d'arrêt pour suspendre ces méthodes de décomposition avant d'atteindre l'optimalité de la relaxation linéaire si la solution obtenue ne s'améliore pas après un certain nombre d'itérations. Ceci permet d'accélérer la résolution de la relaxation linéaire, ce qui génère en conséquence un gain en temps et permet de résoudre des problèmes de grande taille.

Nous avons implanté notre méthode en C++ en utilisant la librairie logicielle SCIP (Solving Constraint Integer Programs) présentée dans [4]. La génération dynamique de colonnes se fait par le Pricer associé à la classe ObjPricer qui a pour rôle de gérer la phase de génération de colonnes. De même on a utilisé un moyen permettant de stocker les décisions de branchement sans les mettre explicitement sous forme de contrainte linéaire dans les problèmes linéaires fils de l'arbre de recherche appelé « Le gestionnaire de contraintes (Constraint Handler) » dans SCIP. Notre expérimentation s'est déroulée sur 60 instances de [1, 5] divisées en 3 groupes de différentes tailles. Les tests ont été exécutés dans un environnement Linux sur un ordinateur ayant un processeur Intel Acer cadencé à 2.80 GHZ. Le temps de calcul étant limité à 3 heures.

3. Conclusion

Dans ce travail, nous introduisons un algorithme exact qui peut résoudre de manière optimale des instances de taille réelle comme dans [3]. En nous comparant à CPLEX, actuellement l'un des meilleurs logiciels d'optimisation mathématique, notre méthode s'est montrée compétitive sur les instances de taille moyenne et supérieure sur les instances ayant un grand nombre de nœuds. De même, l'algorithme proposé converge dans un temps de calcul raisonnable.

Références

[1] Behnam Behdani, J. Cole Smith , "An Integer-Programming-Based Approach to the Close-Enough Traveling Salesman Problem" ,University of Florida, 303 Weil Hall, P.O. Box 111116595,Gainesville, FL 32611-6595, USA.

[2] Bruce Golden, S.Raghavan, and Edward Wasil.Advances in Meter Reading: Heuristic Solution of the Close Enough Traveling Salesman Problem over a Street Network. The Vehicle Routing Problem: Lastest Advances and New Challenges: 487-501, Springer, 2008.

[3] William Mennell. Heuristics for solving three routing problems: Close-Enough Traveling Salesman Problem, Close-Enough Vehicle Routing Problem, Sequence Dependent Team Orienteering Problem. PhD Thesis. College Park: University of Maryland, 2009.

[4] Hélène Toussaint. Introduction au Branch Cut and Price et au solveur SCIP (Solving Constraint Integer Programs), Rapport de recherche LIMOS/RR-13-07, 19 avril 2013.

[5] Minh Hoang Ha. Modélisation et résolution de problèmes généralisés de tournées de véhicules. Ecole des Mines de Nantes, 2012. Français. NNT: 2012EMNA0068, [tel-00782375].