

Problème d’ordonnancement et de localisation “ScheLoc”

Corinna Heßler¹, Kaouthar Deghdak²

¹ Department of Mathematics, TU Kaiserslautern, Germany
c.hessler@mathematik.uni-kl.de

² Normandie Univ, UNIHAVRE, LMAH, FR-CNRS-3335 & LITIS, Le havre, France
kaouthar.boukebab@univ-lehavre.fr

Mots-clés : *Localisation, ordonnancement, heuristiques de clusters, borne inférieure*

1 Introduction

Le problème d’ordonnancement et de localisation “ScheLoc” combine deux problèmes très étudiés en Recherche Opérationnelle : un problème d’ordonnancement et un problème de localisation. L’objectif du ScheLoc est double et consiste à choisir simultanément les meilleures localisations pour un ensemble de machines et d’ordonnancer un ensemble de travaux sur ces machines afin de minimiser un ou plusieurs critères d’ordonnancement. Ce problème a été introduit par [1] et étudié dans le cas d’une seule machine.

Dans ce travail, nous nous intéressons à l’étude du problème ScheLoc à machines parallèles où la préemption des travaux n’est pas autorisée. Ce problème porte sur la localisation d’un ensemble fini de machines identiques sur un espace de localisation (plan, réseau) et l’ordonnancement d’un ensemble de travaux sur ces machines afin de minimiser la date de fin de ces travaux (makespan). Traditionnellement, on résout d’abord le problème de localisation puis le problème d’ordonnancement. Cependant, ces deux décisions sont souvent inter-dépendantes et le traitement séparé des deux décisions nous donne une solution approchée du problème complet. Pour cela, nous présentons une approche heuristique pour calculer des solutions intégrées.

2 Définition du problème

Nous considérons le problème de localisation et d’ordonnancement à machines parallèles. Ce problème peut être défini comme suit : Étant donné un espace de localisation (plan, réseau), un ensemble $\mathcal{M} = \{1, \dots, m\}$ de localisations possibles pour placer les machines, un nombre de p machines identiques parallèles, un ensemble $\mathcal{N} = \{1, \dots, n\}$ de travaux localisés sur cet espace, une matrice de distances $D \in \mathbb{R}^{n \times m}$ et $D(i, k) = dist(i, k)$, où $dist(i, k)$ désigne la distance entre la localisation du travail $i \in \mathcal{N}$ et la localisation d’une machine $k \in \mathcal{M}$. De plus, un travail i est défini par sa localisation, sa durée opératoire p_i et sa date de début au plus tôt r_{ik} s’il est placé sur une machine de localisation k . Cette dernière est donnée par la formule suivante :

$$r_{ik} = \sigma_i + \frac{dist(i, k)}{\nu_{ik}}$$

où σ_i est la date à partir de laquelle le travail i est disponible sur sa localisation initiale, ν_{ik} est la vitesse de déplacement de ce travail depuis sa localisation vers une localisation d’une machine k . Dans la suite, on notera ce problème par *DPMM ScheLoc* (*Discrete Parallel Machine Makespan scheduling and location*). *DPMM ScheLoc* consiste à localiser p machines à partir de l’ensemble \mathcal{M} et d’ordonnancer tous les travaux $i \in \mathcal{N}$ sur ces machines. L’ordonnancement des travaux doit respecter les dates r_{ik} de début au plus tôt. L’objectif est de minimiser le

critère $C_{\max} = \max\{C_i | i \in \mathcal{N}\}$ où C_i est la date de fin du travail i .

Le problème *DPMM ScheLoc* est \mathcal{NP} -difficile puisque ses deux sous-problèmes (Le problème à machines parallèle et le problème de localisation) le sont.

3 Heuristiques de clusters

Dans cette section, nous nous intéressons à la résolution approchée de notre problème. Nous proposons des heuristiques de clusters qui permettent de fournir de meilleures solutions en un temps raisonnable. La résolution du problème *DPMM ScheLoc* revient à résoudre les trois sous-problèmes : (1) définir les différentes localisations des machines, (2) affecter les travaux à ces machines (3) ordonnancer chaque affectation sur la machine correspondante. Une fois les sous-problèmes (1) et (2) résolus, le troisième sous-problème est résolu en temps polynomial selon la règle ERD ($|r_i|C_{\max}$). Par conséquent, la résolution approchée *DPMM ScheLoc* se ramène à la résolution des sous-problèmes (1) et (2). Afin d'obtenir des solutions de bonnes qualités, nous intégrons les données d'ordonnancement lors du choix des localisations pour les machines et lors des affectations des travaux sur ces machines. Puisque nous cherchons à minimiser la date de fin d'ordonnancement et que cette date n'est déterminée que si les différentes localisations des machines sont choisies et les travaux sont affectés sur ces machines. L'idée est de regrouper ou classier les travaux dans p clusters et de définir pour chaque cluster un centre pour placer une seule machine. Dans le cas des problèmes de localisation pure, l'affectation en clusters se fait en tenant compte uniquement de la distance entre les localisations. Comme il a été mentionné précédemment la qualité des solutions du problème *DPMM ScheLoc* dépendent aussi de l'ordonnancement obtenu. Dans ce sens, nous avons proposé plusieurs critères de classification qui prennent en considération les données d'ordonnancement dans la phase de localisation. Nous considérons plusieurs critères avec les trois heuristiques suivantes :

1. Nous choisissons d'abord les centres des clusters, ensuite, nous affectons les travaux aux clusters.
2. Nous construisons p clusters de travaux, puis, nous affectons pour chaque cluster une localisation d'une machine (centre du cluster).
3. Nous choisissons itérativement un centre de cluster et nous affectons à ce centre les travaux jusqu'à l'obtention de p clusters.

Afin d'améliorer les solutions obtenues par ces heuristiques, nous avons développé une procédure d'équilibrage de charge et une procédure de réaffectation des localisations. Les résultats des heuristiques de clusters et des méthodes de recherche locale ont été comparés avec les solutions obtenues par CPLEX pour des instances de petite taille. Dans le cas des instances de grande taille, ces résultats ont été comparés avec des bornes inférieures.

Références

- [1] Hennes, H. *Integration of Scheduling and Location Models*. University of Kaiserslautern. PhD thesis, 2005.