

# Relaxation convexe pour la planification du pompage dans les réseaux de distribution d'eau potable

Gratien Bonvin<sup>1</sup>, Sophie Demassey<sup>1</sup>

CMA, Mines ParisTech, PSL Research University, BP 207, F-06902 Sophia Antipolis, France  
{gratien.bonvin,sophie.demassey}@mines-paristech.fr

**Mots-clés** : *planification de pompage, programmation non-linéaire en nombres entiers, relaxation convexe*

## 1 Introduction

L'intégration d'une part croissante d'électricité provenant de génération intermittente et la mise en place concomitante de nouveaux marchés électriques représentent une opportunité pour les réseaux de distribution d'eau potable, du fait de leur capacité de stockage : celle-ci permet de découpler les temps de consommation électrique – pour l'élévation de l'eau dans les châteaux d'eau au moyen de pompes – des pics de demande en eau [3, 4].

Toutefois, la planification du pompage est un problème d'optimisation complexe qui repose à la fois sur des contraintes non-linéaires et des variables discrètes [2]. Nous proposons une méthode de résolution basée sur la relaxation convexe des contraintes non-linéaires. À partir de la solution obtenue, nous reconstruisons une solution réalisable en ajustant la durée des pas de temps.

## 2 Réseau et modèle

Un réseau d'eau peut être décrit par un graphe orienté  $G = (J, A)$  où l'ensemble des arcs  $A$  et des noeuds  $J$  se divisent respectivement en un ensemble de pompes  $K$ , de valves  $V$  et de canalisations  $L$  pour le premier, et de sources  $S$ , de jonctions  $J$  et de châteaux d'eau  $R$  pour le second. La demande en eau et les tarifs électriques fluctuent sur une base journalière ; l'horizon de planification est limité alors à un jour, divisé en périodes temporelles  $t \in [1, T]$  (typiquement 15 minutes) durant lesquelles un régime d'écoulement permanent est considéré.

Le problème est formulé à l'aide de variables binaires  $x_{kt}$  valant 1 si la pompe  $k \in K$  est activée pendant le pas de temps  $t$ . Les variables continues  $q_{ijt}$  et  $h_{jt}$ , qui expriment respectivement le débit dans l'arc  $ij \in A$  et la charge au noeud  $j \in J$  au temps  $t$ , permettent de formuler les contraintes garantissant l'équilibre hydraulique du réseau en charge.

Outre son caractère discret, la complexité du problème de planification du pompage est due aux équations liant charges et débits dans les canalisations  $h_i - h_j = \Phi(q_{ij})$  et les pompes  $h_j - h_i = \Psi(q_{ij})$ . Ces fonctions non-convexes peuvent être approximées par  $\Phi(q) = A + Bq + Cq|q|$  et  $\Psi(q) = A + Bq + Cq^2$  [6].

### 2.1 Relaxation convexe

La pression est un facteur central de la minimisation du coût de pompage, du fait des caractéristiques  $\Psi$  qui lient le débit pompé au gain de charge et de la consommation énergétique d'une pompe qui peut être approximée par  $\Gamma(x, q) = P^0x + P^Lq$  [6]. En effet, si le gain de charge requis diminue, le débit pompé et la consommation électrique par unité d'eau transportée diminuent. En conséquence, les équations de charges  $\Phi$  et  $\Psi$ , relâchées à leurs enveloppes convexes, tendent à être satisfaites à l'optimum.

## 2.2 Vers une solution réalisable ?

Dans le cas spécifique, mais courant, d'un réseau branché composé d'une station de pompage avec des pompes identiques acheminant l'eau en direction de châteaux d'eau équipés de valves de réduction de débit, nous avons exhibé une solution réalisable de même coût que la solution optimale de la relaxation convexe [1]. Dans le cas général, nous proposons une heuristique de reconstruction d'une solution réalisable à partir d'une solution relâchée, basée sur l'ajustement de la durée des pas de temps, ce qui impacte la durée des séquences d'allumage des pompes. La reconstruction est formulée comme un programme en variables mixtes à contraintes non-convexes.

## 3 Évaluation

La solution proposée a été implémentée sur deux réseaux de la littérature. Sur le premier réseau, *Poormond*, les solutions sont en moyenne 12% moins coûteuses que les meilleures solutions obtenues par relaxation lagrangienne [3] ou décomposition de Benders [5]. Nous avons également comparé notre approche à celle de Verleye et al. [6], basée sur la linéarisation par morceaux des contraintes non-convexes, sur le réseau qu'ils présentent. Notre approche est compatible avec des tarifs dynamiques de l'électricité, contrairement à cette dernière qui ne permet pas d'obtenir des solutions réalisables dans un temps raisonnable lorsque le nombre de pas de temps considéré croît.

## Références

- [1] Bonvin G, Demasse S, Le Pape C, Maïzi N, Mazauric V, Samperio A (2016) A convex mathematical program for pump scheduling in a class of branched water networks. *Appl Energy*. doi :10.1016/j.apenergy.2015.12.090
- [2] D'Ambrosio C, Lodi A, Wiese S, Bragalli C. Mathematical programming techniques in water network optimization. *Eur J Oper Res* 2015 :243(3) :774-88
- [3] Ghaddar B, Naoum-Sawaya J, Kishimoto A, Taheri N, Eck B. A lagrangian decomposition approach for the pump scheduling problem in water networks. *Eur J Oper Res* 2015 :241(2) :490-501
- [4] R. Menke, E. Abraham, P. Pappas, I. Stoianov, Demonstrating demand response from water distribution system through pump scheduling. *Applied Energy* 170 (2016) 377-387.
- [5] Naoum-Sawaya J, Ghaddar B, Arandia E, Eck B. Simulation-optimization approaches for water pump scheduling and pipe replacement problems. *Eur J Oper Res* 2015 :246(1) :293-306
- [6] Verleye, D., & Aghezzaf, E. H. (2015). A Hybrid Optimization Algorithm for Water Production and Distribution Operations in a Large Real-World Water Network. In *Modelling, Computation and Optimization in Information Systems and Management Sciences* (pp. 93-104). Springer International Publishing. D