Planification de Rendez-Vous en Groupe

Benoît Cantais, Antoine Jouglet, David Savourey

Sorbonne Universités, Université de Technologie de Compiègne
Heudiasyc UMR CNRS 7253
{benoit.cantais,antoine.jouglet,david.savourey}@hds.utc.fr

Mots-clés : *méthodes arborescentes, bornes supérieures, ordonnancement de rendez-vous en groupe, speedmeeting.*

1 Introduction du problème

Dans un problème d'Ordonnancement de Rendez-Vous en Groupe, différents participants se retrouvent dans un lieu dans lequel des tables sont disposées pour effectuer des rencontres. L'ensemble des individus que chacun souhaite rencontrer est connu. Une rencontre entre deux individus est réalisée s'ils sont assis au moins une fois ensemble à une même table. À intervalle régulier, les participants sont invités à se lever et sont de nouveaux répartis entre les différentes tables. Une répartition de l'ensemble des individus autour des tables est appelée *tour de rencontres*. L'objectif est, en un nombre donné de tours, de répartir les individus autour des tables à chaque tour de manière à maximiser le nombre de rencontres souhaitées réalisées.

Nous présentons ici les notations adoptées pour décrire une instance du problème d'Ordonnancement de Rendez-Vous en Groupe. Soit m tables de c places, T tours de rencontres, et un ensemble $X = \{1, \dots, n\}$ d'individus. $G = (X, U \subseteq X^2)$ est un graphe orienté représentant l'ensemble des rencontres souhaitées par chaque individu : si $(i, j) \in U$ alors i souhaite rencontrer j. Une rencontre $(i, j) \in U$ est réalisée si les individus i et j sont assis au moins une fois à une même table lors d'une tour de rencontres. À un tour $t \in \{1, \dots, T\}$, un individu i ne peut être assis qu'à une seule table et il ne peut y avoir que c individus assis à la table $j \in \{1, \dots, m\}$.

Le problème tel que défini ci-dessus n'a, à notre connaissance, pas été étudié. Cependant, certains cas particuliers du problème peuvent être rapprochés de problèmes d'ordonnancement déjà traités. Dans le problème d'Ordonnancement de Rendez-Vous en Tête à Tête [1], les tables sont de capacité 2. Le problème du Social Golfer [2] constitue une variante du problème où les individus doivent se rencontrer au plus une fois.

Nous démontrons que le problème d'Ordonnancement de Rendez-Vous en Groupe est NP-Difficile. Pour cela, nous définissons le problème de décision D associé pour une instance à 1 tour et 1 table : Soit un graphe $G = (X, U)$, soit $k \leq |X|$ un entier positif, soit z un entier positif. Existe-t-il un sous-graphe $G' = (X', U' = U \cap X' \times X')$ tel que $X' \subseteq X$, $|X'| \leq k$ et $|U'| \geq z$? Nous effectuons une réduction depuis le problème NP-Complet CLIQUE [3] vers D.

2 Méthodes de résolution

Trois modèles de branchement dits *des personnes*, *des couples* et *des tours* sont utilisés pour résoudre le problème d'Ordonnancement de Rendez-Vous en Groupe.

Dans le modèle *des personnes*, à chaque branchement, un individu $i \in \{1, \dots, n\}$ est ajouté à une table à un tour. Dans le modèle *des couples*, à chaque branchement, une rencontre entre deux individus $(i, j) \in U$ est affectée à une table à un tour. L'affectation d'un couple (i, j) entraine l'ajout des individus i et j à la table de rencontre. Ainsi, pour ces deux modèles, une solution partielle associée à un noeud de l'arbre de recherche consiste en une répartition d'une partie des individus entre les différentes tables aux différents tours.

Dans le modèle *des tours*, à chaque branchement, un couple $(i, j) \in U$ est affecté à un tour. Notons que la table où a lieu la rencontre n'est pas spécifiée. Lorsque deux rencontres (i, j) et (j, k) sont assignées à un même tour t, les individus i, j et k seront obligatoirement présents à une même table durant ce tour t, formant un groupe de trois personnes dont il reste à déterminer la table.

Une solution partielle associée à un noeud de l'arbre de recherche consiste en un ensemble de groupes d'individus associés aux différents tours. Soit g_t le nombre de groupes d'individus constitués au tour t et $s_{ti}, i \in \{1, \dots, g_t\}$ le nombre d'individus du i^e groupe. À un tour t, la faisabilité de la répartition des différents groupes d'individus entre les m tables de capacité c est assimilable à la résolution d'un problème de BinPacking-1D avec m boites de taille c et chaque objet $i \in \{1, \dots, g_t\}$ de taille s_{ti}.

Nous proposons également trois méthodes de calcul du nombre de rencontres souhaitées réalisables en un nombre fixé de tours.

Dans la première méthode, nous associons à chaque individu le nombre de rencontres qu'il souhaite réaliser. Nous ne considérons pas l'identité des individus que chacun souhaite rencontrer. À chaque tour, les individus sont ordonnés par nombre de rencontres restantes décroissant. Ils sont ensuite sélectionnés dans ce même ordre et ajoutés aux places libres. Lorsqu'un individu est sélectionné, le nombre de rencontres qu'il réalise est le minimum entre le nombre de rencontres qu'il lui restait et le nombre d'individus assis à sa table.

Dans la second méthode, nous séparons deux types de rencontres réalisées lors de l'ajout d'un individu à une table : avec les individus déjà assis à la table et avec les individus qui seront ajoutés ultérieurement à la table. Nous construisons un graphe biparti valué et résolvons un problème d'affectation pour majorer le nombre de rencontres réalisables avec les individus déjà assis. Nous utilisons ensuite une variante de la première méthode de calcul de borne supérieure pour majorer le nombre de rencontres réalisables entre les individus qui ne sont pas assis.

La troisième méthode est basée sur la construction d'un réseau de flot depuis une solution partielle et la résolution d'un problème de flot maximum. Dans le graphe associé à ce réseau, un sommet relié à la source est ajouté pour chaque table partiellement remplie et un sommet relié au puit pour chaque rencontre souhaitée et non réalisée. Un flot de 1 circulant depuis la source jusqu'au puit correspond donc à associer une rencontre à une table partiellement remplie.

Une étude comparative a également été réalisée afin d'identifier le modèle de branchement le plus prometteur et comparer les différentes méthodes de calcul de borne supérieure.

Références

[1] A. le Roux. *Ordonnancement de rendez-vous en tête à tête.* École des mines de Nantes, 2014.

[2] W. Harvey. *CSPLib Problem 010 : Social Golfers Problem.* Jefferson, Christopher and Miguel, Ian and Hnich, Brahim and Walsh, Toby and Gent, Ian P. CSPLib : A problem library for constraints

[3] M.R. Garey and D.S. Johnson. *Computers and Intractability : A Guide to the Theory of NP-Completeness.* W. H. Freeman & Company, 1979.