

Recherche locale avec apprentissage par renforcement pour le problème de coloration de graphe

Yangming Zhou¹, Béatrice Duval¹, Jin-Kao Hao^{1,2}

¹ Université de Angers, LERIA, 49045 Angers, France

² Institut Universitaire de France, Paris, France

{yangming,hao,bd}@info.univ-angers.fr

Mots-clés : *Apprentissage par renforcement, métaheuristique, coloration de graphes*

1 Introduction

Le problème de coloration de graphe (COL) est un exemple typique de problème de groupement. Etant donné un graphe non orienté $G = (V, E)$, une k -coloration valide de G est une partition de V en k groupes deux à deux disjoints (ou classes de couleur) telle que deux sommets reliés par une arête doivent appartenir à deux groupes différents. COL consiste à déterminer le nombre chromatique $\chi(G)$, i.e., le nombre minimum k de groupes pour lequel un k -coloration valide existe. Comme COL est un problème NP-difficile, des algorithmes heuristiques sont utilisés pour trouver des solutions approchées dans le cas de problèmes de grande taille ou de graphes difficiles .

2 Recherche locale avec apprentissage par renforcement

Nous avons proposé [1] une méthode générale pour les problèmes de groupement (RLS pour Reinforcement learning based Local Search) qui combine une recherche locale par descente simple avec une technique d'apprentissage par renforcement. L'idée clé de RLS est d'associer à chaque item une probabilité d'appartenir à un groupe donné. A chaque phase de descente, la comparaison entre la solution de départ et l'optimum local trouvé permet grâce à une stratégie de récompense-pénalisation et compensation de mettre à jour l'ensemble des probabilités avant de relancer la recherche. Nous présentons ici une version enrichie de RLS, appelée RLSCOL, pour le problème de coloration de graphe. Deux aspects importants améliorent la méthode proposée pour les problèmes de groupement. En premier lieu, la méthode de descente est remplacée par une recherche tabou afin d'explorer plus intensivement l'espace de recherche. En second lieu, nous avons modifié la manière de comparer deux solutions lors de la phase d'apprentissage. En effet, une phase de recherche tabou modifie notablement le système de couleurs affecté aux sommets. Or dans le problème de coloration, la couleur choisie pour chaque sommet n'est pas importante, ce qui compte est de déterminer la manière dont les sommets sont associés en groupes. Nous proposons ici d'utiliser l'algorithme Hongrois pour apparier de manière optimale une solution initiale et une solution améliorée. Ce composant permet d'utiliser n'importe quel algorithme de recherche locale au sein de RLSCOL.

3 Résultats expérimentaux

Nous avons comparé RLSCOL avec les meilleurs algorithmes actuels (voir [2]) sur un ensemble de problèmes difficiles de la compétition DIMACS. Les résultats présentés dans la table 1 montrent que RLSCOL, exécuté ici avec un temps maximal de 5 heures, est aussi performant que les trois meilleurs algorithmes de recherche locale, sauf pour DSJC1000.1 et flat300_28_0.

En ce qui concerne la comparaison avec les algorithmes à population ou hybrides, nous constatons que RLSCOL est également très compétitif et obtient même les meilleurs résultats pour certaines instances. A travers ces résultats expérimentaux, nous constatons que le mécanisme d'apprentissage par renforcement introduit dans RLSCOL permet de transformer un algorithme de coloration très simple en une méthode très performante.

TAB. 1 – Résultats de RLSCOL et d'autres algorithmes sur des instances DIMACS difficiles. La colonne χ/k^* donne le nombre chromatique du graphe ou la meilleure valeur k^* connue.

Instance	χ/k^*	algorithmes de recherche locale				algorithmes à population					
		RLSCOL <i>k_{best}</i>	IGrAl 2008	VSS 2008	Partial 2008	HEA 1999	AMA 2008	MMT 2008	Evo-Div 2010	MA 2010	QA 2011
DSJC250.5	?/28	28	29	-	-	-	28	28	-	28	28
DSJC500.1	?/12	12	12	12	12	12	12	12	12	12	12
DSJC500.5	?/47	48	50	48	49	48	48	48	48	48	48
DSJC500.9	?/126	126	129	126	127	126	126	127	126	126	126
DSJC1000.1	?/20	21	22	20	20	20	20	20	20	20	20
DSJC1000.5	?/83	87	94	88	89	83	84	84	83	83	83
DSJC1000.9	?/222	223	239	224	228	224	224	225	223	223	223
DSJR500.1c	?/85	85	85	85	85	-	85	85	85	85	85
DSJR500.5	?/122	126	126	126	126	-	122	122	122	122	122
le450_15c	15/15	15	16	15	15	15	15	15	-	15	15
le450_15d	15/15	15	16	15	15	15	15	15	-	15	15
le450_25c	25/25	25	27	26	27	26	26	25	25	25	25
le450_25d	25/25	25	27	26	27	26	26	25	25	25	25
flat300_26_0	26/26	26	-	-	-	-	26	26	-	26	-
flat300_28_0	28/28	30	-	29	28	31	31	31	31	29	31
flat1000_76_0	76/81	86	-	-	88	83	84	83	82	82	82
R250.5	?/65	66	-	-	-	-	-	65	65	65	65
R1000.1c	?/98	98	-	-	-	-	-	98	98	98	98
R1000.5	?/234	254	-	-	-	-	-	234	237	245	238
latin_square_10	?/97	99	100	-	-	-	104	101	100	99	98

4 Conclusions

Les expériences menées sur un grand nombre d'instances DIMACS difficiles montrent que le schéma d'apprentissage par renforcement introduit dans RLSCOL permet d'améliorer très significativement les performances d'une simple recherche locale tabou. En effet, RLSCOL est plus efficace que tous les algorithmes de recherche locale existants. Mais surtout en dépit de sa simplicité, RLSCOL est tout à fait compétitif lorsqu'on le compare aux meilleurs algorithmes évolutionnaires hybrides. Enfin, il faut souligner que les idées exploitées dans RLSCOL reposent sur les caractéristiques des problèmes de groupement avec groupes interchangeables et pourraient donc être adaptées pour résoudre d'autres problèmes comme le bin-packing ou la planification parallèle sur machines identiques.

Références

- [1] Yangming Zhou, Jin-Kao Hao and Béatrice Duval. Reinforcement learning based local search for grouping problems : A case study on graph coloring. *Expert Systems with Applications*, 64 :412–422, 2016.
- [2] Philippe Galinier, Jean-Philippe Hamiez, Jin-Kao Hao and Daniel Porumbel. Recent advances in graph vertex coloring. *Handbook of Optimization*, 505-528, 2013.