Flot adaptatif maximum pour la destruction de k arcs

Thomas Ridremont[1], Dimitri Watel[2], Pierre-Louis Poirion[3], Christophe Picouleau[1]

[1] Conservatoire National des Arts et Métiers, laboratoire CEDRIC, Paris, France
{thomas.ridremont, christophe.picouleau}@cnam.fr

[2] ENSIIE, laboratoire CEDRIC, Paris, France
dimitri.watel@ensiie.fr

[3] laboratoire CEDRIC, Paris, France
kiwisensei@gmail.com

Mots-clés : *Flot maximum, flot adaptatif, programmation linéaire, complexité paramétrée.*

1 Introduction et motivations

Le problème du flot adaptatif maximum pour la destruction de k arcs est défini de la manière suivante. Etant donnés un réseau de transport G et un entier positif k, déterminer un flot maximum tel que lorsque k arcs arbitraires sont supprimés de G la valeur d'un flot maximum pour le réseau résiduel est maximale. Aneja et al. [2] et Du et al. [4] ont étudié ce problème lorsque le flot ne peut pas être rerouté. Dans [2] il est montré que ce problème est polynomial pour $k = 1$. Le problème devient NP-difficile pour $k = 2$ [4].

Le problème du flot adaptatif maximum a été proposé dans [3] comme une alternative au problème du flot robuste maximum. Dans ce modèle, les flux peuvent être réajustés après la panne d'un arc. Ici nous nous intéressons au problème du flot adaptatif maximum, c'est-à-dire lorsque dans le réseau résiduel obtenu après la destruction d'arcs, le flot peut être réorienté. Ce problème est NP-difficile lorsque le nombre d'arcs détruits fait partie de l'instance [3]. Nous montrons que contrairement au cas dans lequel le flot ne peut pas ête réorienté le problème du flot adaptatif maximum avec k destructions d'arcs est polynomial pour tout entier k fixé.

La formulation du problème est la suivante :

Adaptive Maximum Residual Flow with k-Arc Destruction Problem (k-*AMRFP*)

INSTANCE : Un entier positif k, un réseau de transport $G = (V, A, c)$ avec une source $s \in V$ et un puits $t \in V$.

OBJECTIF : Déterminer un flot maximum φ pour $G = (V, A, c)$ qui minimise la perte de flot sur l'ensemble des réseaux résiduels, c'est-à-dire $\max\limits_{A' \subset A, |A'|=k} \{\varphi_{ts} - \varphi'_{ts}\}$.

φ_{ts} étant la valeur du flot recherché et φ'_{ts} la valeur maximale d'un flot lorsque A' un ensemble de k arcs arbitraires ont été détruits.

Le problème k-*AMRFP* peut être formulé comme un jeu à deux joueurs, dans lequel un défenseur calcule un flot φ, ensuite l'attaquant détruit k arcs, puis le défenseur calcule φ' un flot adaptatif maximum dans le réseau résiduel. L'objectif du défenseur est $\min_\varphi \max\limits_{A' \subset A, |A'|=k} \{\varphi_{ts} - \varphi'_{ts}\}$.

En utilisant un modèle de programmation linéaire nous montrons que k-*AMRFP* est polynomial lorsque le nombre d'arcs détruits est fixé. Nous fournissons également des résultats concernant la complexité paramétrée du problème.

Références

[1] R.K. Ahuja, T. L. Magnanti, J.B. Orlin, *Networks flows : Theory, Algorithm, and Applications*, Prentice Hall (1993).

[2] Y.P. Aneja, R. Chandrasekaran, K. P. K. Nair, *Maximizing Residual Flow Under an Arc Destruction*, Networks, 38(4) (2001) 194-198.

[3] D. Bertsimas, E. Nasrabadi, S. Stiller, *Robust and Adaptive Network Flows*, Operations Research, 61(5) (2013) 1218-1242.

[4] D. Du, R. Chandrasekaran, *The Maximum Residual Flow Problem : NP-hardness with Two-Arc Destruction*, Networks, 50(3)(2007) 181-182.

[5] J. Guo, Y. R. Shrestha, *Parametrized Complexity of Edge Interdiction Problems*, COCOON2014, LNCS 8591 (2014) 166-178.