Méthode hybride pour le problème de regroupement dans un graphes biparti

Najat Al-Iedani, Mhand Hifi et Toufik Saadi

EPROAD- EA 4669, Université de Picardie Jules Verne, Amiens, France
{AlIedani, Hifi, saadi}@u-picardie.fr

Mots-clés : *Biclique, graphe biparti, optimisation combinatoire, heuristique*

1 Introduction

Dans ce résumé, nous proposons une méthode hybride pour le problème de regroupement dans un graphe biparti. Ce problème (noté K-CmBCP dans la suite de ce résumé) est plus connu sous le nom de k Clustering minimum Biclique Completion Problem et il est NP-difficile [2]. L'objectif consiste à regrouper des sommets données en k regroupements, de tel sorte que le nombre d'arêtes qu'il faut ajouter pour former une k-bicliques dans le graphe induit soit minimum. Les regroupements doivent induire un partitionnement des sommets. Le graphe considéré étant non orienté, chaque fois qu'un regroupement est identifié, il faut considérer toutes les arêtes possibles reliant les sommets d'un côté et de l'autre, ce qui donne l'aspect combinatoire au problème. La biclique exige que toutes les arêtes soient présentes dans le graphe, ainsi, les arêtes manquantes sont considérées comme des coûts et sont additionnées pour donner le coût total du partitionnement. Dans ce cas, l'objectif de l'optimisation est de trouver une faç on de partitionner qui permet d'avoir le plus faible coût total. Dans la littérature, il existe plusieurs problématiques concernant les bicliques dans les graphes bipartis. Certaines utilisent une seule biclique [4] et d'autres prennent en compte plusieurs bicliques [5]. L'article de Gualandi et al [3] donne une présentation claire du problème et montre plusieurs applications possibles dans le domaine des télécommunications.

2 Formulation mathématique

Il existe plusieurs formulations mathématiques du K-CmBCP dans la littérature. Plusieurs papiers donnent une bonne synthèse des modèles existants. Nous citons [2]. Ces modèles peuvent être classées comme suite : (a) Modèles d'affection, dans lesquelles les regroupements sont indiqués de faç on explicite et les sommets sont affectés à ces regroupements, (b) Modèles représentatif, où chaque cluster est représenté par un élément et les sommets sont donc affectés à cet élément et (c) Modèles de génération de colonne, où les configurations des regroupements sont prises en compte par des couples de sommets.

Nous avons choisi de présenter la formulation présentée notamment dans Bertsimas et al. [6]. Dans cette formulation, le numéro du groupe auquel l'élément i appartient est noté x_i et la variable binaire $z_ij = 0$ si l'arête (i, j) fait partie de la solution et $z_ij = 1$ sinon. Cela implique que si $x_i - x_j = 0$ alors les deux éléments i et j appartiennent au même regroupement. Cela donne la formulation suivante : La contrainte 2 permet de mettre z_{ij} à zero lorsque (i, j) est selectionnée pour former la biclique, la contrainte 3 permet de garder la variation de x dans l'intervalle de $[1 - P]$ regroupements.

$$\min \sum_{\{i,j\} \in \overline{E}} (1 - z_{ij}) \tag{1}$$

sous les contraintes :

$$z_{ij} \leq \mid x_i - x_l \mid \forall \ \{i, j\} \in \overline{E}, \ \{l, j\} \in E \tag{2}$$

$$x_i \in \{1, ..., p\} \forall \ i \in I \tag{3}$$

$$z_{ij} \in \{0, 1\} \forall \ i \in I, \ j \in J \tag{4}$$

3 Une méthodes hybrides pour le k-CmBCP

Nous proposons une méthode de résolution qui combine trois algorithmes : (1) Un algorithme glouton qui donne une solution initiale, (2) Une recherche locale qui permet d'améliorer la qualité de la solution initiale et enfin (3) Une méthode de perturbation basée sur deux étapes : (3-a) une phase de dégradation la solution produite par la recherche local selon plusieurs critères de et (3-b) une phase de reconstruction d'une nouvelle solution par l'exploration du voisinage immédiat de la nouvelle solution produite lors de la phase de dégradation.

L'étude expérimentale préliminaire que nous avons menée sur les instances proposées dans [3] sont très encourageants. En effet la méthode proposée améliore la qualité des solutions connues à cette date dans la littérature et donne de meilleurs résultats que le solveur Cplex 12.5. La figure suivante montre une comparaison entre les qualités des solutions obtenues par chaque méthode.

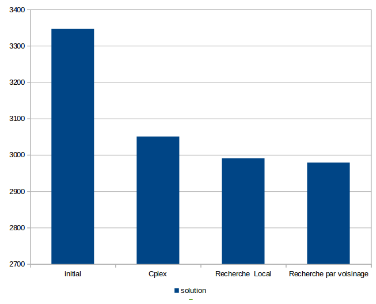

FIG. 1 – Résultats de la méthode hybride

Références

[1] Nathalie Faure,Philippe Chrétienne,Eric Gourdin,Francis Sourd, Biclique completion problems for multicast network design, Discrete Optimization, volume 4, pages 360-377, 2007

[2] Stefano Gualandia,1, Francesco Maffiolib, Claudio Magnic, A branch-and-price approach to k-clustering minimum biclique completion problem, Operations Research, volume 20, pages 101-111, 2012.

[3] Stefano Gualandi, Francesco Maffioli, and Claudio Magni. A branch-and-price approach to k-clustering minimum biclique completion problem. International Transactions in Operational Research, volume 20, pages 101-117, 2013.

[4] René Peeters. The maximum edge biclique problem is np-complete. Discrete Applied Mathematics, volume 131, pages 651-654, 2003.

[5] James Orlin. Contentment in graph theory : Covering graphs with cliques. Indagationes Mathematicae, volume 80, pages 406-424. 1977.

[6] Dimitris Bertsimas, John N Tsitsiklis. Introduction to linear optimization, volume 6. Athena Scientific Belmont, MA, 1997.