

Comparaison de diverses formulations pour le RCPSP

Pierre-Antoine MORIN^{1,2}, Sandra Ulrich NGUEVEU²,
Christian ARTIGUES², Alain HAÏT¹

¹ ISAE-Supaéro, 10 avenue Edouard Belin, BP 54032, 31055 Toulouse CEDEX 4, France
{pierre-antoine.morin,alain.hait}@isae.fr

² LAAS-CNRS, 7 avenue du Colonel Roche, BP 54200, 31031 Toulouse CEDEX 4, France
{ngueveu,artigues}@laas.fr



Résumé : À partir de travaux consacrés à l'étude d'un problème d'ordonnancement ayant pour objectif la minimisation de coûts liés au rendement d'une ressource énergétique, mettant en œuvre une méthode de résolution de type Branch & Price dérivée d'une formulation étendue basée sur la notion d'ensembles admissibles, nous proposons d'adapter le schéma de résolution au cas du problème d'ordonnancement de projet sous contraintes de ressources (RCPSP), tout en considérant différents types de variables binaires liées à la représentation de l'exécution des activités, dans l'optique de comparer les différentes formulations ainsi obtenues.

Mots-clés : RCPSP, formulations étendues, Branch & Price, approche destructive.

1 Introduction

Dans la littérature consacrée au RCPSP (e.g. [2]), plusieurs formulations sont proposées. Chacune se distingue par différents comportements des variables binaires utilisées pour représenter l'exécution d'une activité caractérisée par une durée d'exécution déterministe p_i (voir figure 1).

- Des variables $x_{i,t}$ de type *pulse* prennent la valeur 1 seulement lorsque l'activité commence.
- Des variables $y_{i,t}$ de type *on/off* prennent la valeur 1 lorsque l'activité est en cours d'exécution.
- Des variables $z_{i,t}$ de type *step* prennent la valeur 1 lorsque l'activité commence ou a déjà commencé.

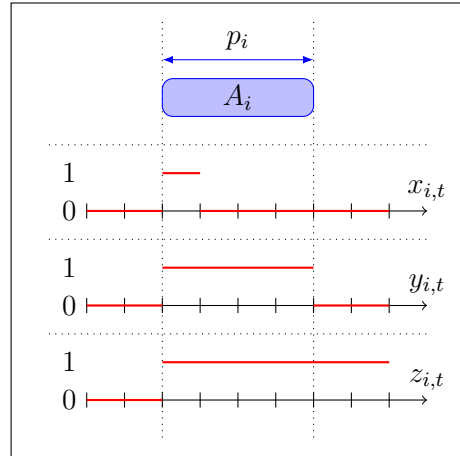


FIG. 1 – Variables pulse, on/off, step

En théorie, toutes ces formulations sont équivalentes, car il existe des bijections linéaires permettant de passer de l'une à l'autre. Généralement, dans la littérature, pour une modélisation donnée, un seul type de variable binaire est choisi. De ce fait, peu de travaux sont consacrés à la comparaison des performances obtenues par ces différentes formulations en pratique. C'est pourquoi, nous proposons de mettre en œuvre un cadre permettant de réaliser cette comparaison.

2 Problématique initiale

Plus précisément, nous souhaitons adapter la méthode de résolution proposée dans [1].

Le problème considéré fait intervenir une unique ressource de type énergétique, de capacité de production finie, dont le rendement (coût) peut être décrit à l'aide de fonctions linéaires par morceaux. Un ensemble d'activités \mathcal{A} doit être réalisé sur un horizon de temps limité, représenté par une suite de h périodes de durée unitaire $\mathcal{T} = \{0, \dots, h-1\}$. Chaque activité est caractérisée par sa durée d'exécution, sa consommation énergétique, ainsi qu'une fenêtre de temps. La préemption est autorisée. Dans chaque période, la somme des consommations des activités en cours d'exécution ne doit pas dépasser la capacité de la ressource ; cette demande totale définit le régime de fonctionnement de la ressource, c'est-à-dire son coût dans la période. L'objectif est de minimiser la somme des coûts sur l'horizon.

Une formulation étendue est proposée, basée sur la notion d'ensemble admissible d'activités, c'est-à-dire dont la somme des consommations n'excède pas la capacité de la ressource. Les variables utilisées dans le modèle sont les suivantes :

- Des variables binaires (explicites) $y_{i,t}$ indiquent si l'activité $i \in \mathcal{A}$ est en cours dans la période $t \in \mathcal{T}$.
- Des variables binaires (implicites, modélisées par des variables continues) $Y_{\ell,t}$ indiquent si l'ensemble (admissible) $\ell \subseteq \mathcal{A}$ est en cours dans la période $t \in \mathcal{T}$. Ces variables sont générées dynamiquement au cours d'une procédure de type *Branch & Price*.

3 Adaptation au cas du RCPS

Une instance du RCPS est constituée d'activités $i \in \mathcal{A}$ de durée p_i et de ressources $k \in \mathcal{R}$ (éventuellement plusieurs) de capacité finie b_k . Chaque activité i consomme sur la ressource k une quantité $r_{i,k}$ à chaque instant de son exécution. De plus, il existe des relations d'antériorité entre activités ($E \subset \mathcal{A} \times \mathcal{A}$). L'objectif est de trouver la plus courte durée du projet h^* , telle que les contraintes d'antériorité et de ressources sont satisfaites. La préemption n'est pas autorisée.

Nous proposons d'adapter la notion d'ensemble admissible de la manière suivante. Soit $\ell \subseteq \mathcal{A}$ un ensemble d'activités ; ℓ est admissible si et seulement si toutes les activités qu'il contient peuvent être exécutées simultanément au vu des contraintes de ressources, c'est-à-dire, si et seulement si son coût c_ℓ est nul : $c_\ell = \max_{k \in \mathcal{R}} (\max(0, (\sum_{i \in \ell} r_{i,k}) - b_k))$

Cela permet de modéliser les contraintes de ressources. Il est nécessaire d'ajouter, dans le problème maître, d'autres contraintes pour modéliser la précédence et la non-préemption.

Dans cette formulation, l'objectif est de minimiser $\sum_{t \in \mathcal{T}} \sum_{\ell \subseteq \mathcal{A}} c_\ell Y_{\ell,t}$. Le sous-problème est autorisé à générer des variables liées à des ensembles d'activités admissibles et non-admissibles. Par conséquent, une approche destructive peut être mise en place pour la résolution du RCPS. Pour une valeur de h fixée :

- Si la valeur de la fonction objectif est strictement positive, alors au moins un ensemble non-admissible est utilisé au cours de l'exécution du projet (contraintes de ressources violées), d'où : $h^* \geq h + 1$
- Dans le cas contraire : $h^* \leq h$

Références

- [1] S. U. Ngueveu, C. Artigues, and P. Lopez. « Scheduling under a Non-Reversible Energy Source : An Application of Piecewise Linear Bounding of Non-Linear Demand/Cost Functions ». In: *Discrete Applied Mathematics* 208 (2016), pp. 98–113.
- [2] C. Schwindt and J. Zimmermann, eds. *Handbook on Project Management and Scheduling*. Vol. 1. International Handbooks on Information Systems. New York, NY: Springer Berlin Heidelberg, 2015.